b) On a $g(\alpha)=0 \Rightarrow \alpha^3+12\alpha-2=0 \Rightarrow \alpha^3=2-12\alpha$ donc

$$f(\alpha)=\frac{\alpha^3+1}{\alpha^2+4}=\frac{2-12\alpha+1}{\alpha^2+4}=\frac{3-12\alpha}{\alpha^2+4}.$$

4°/ f est définie, continue et dérivable sur **R** et $\forall x \in \mathbf{R}$,

$$f'(x)=\frac{x\cdot g(x)}{(x^2+4)^2}.$$

Le signe de $f'(x)$ est celui de $x\cdot g(x)$.

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
x	$-$		0	$+$		$+$	
$g(x)$	$-$			$-$	0	$+$	
$x.g(x)$	$+$		0	$-$	0	$+$	

D'où le tableau de variations de f:

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$	$+$		0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{1}{4}$	↘	$\frac{3-12\alpha}{\alpha^2+4}$	↗	$+\infty$

Solution 16 :

1°/ f est définie, continue et dérivable sur **R** comme étant fonction rationnelle.

$$\forall x \in \mathbf{R},\ f'(x)=\frac{2x(x^2+1)-2x(x^2-1)}{(x^2+1)^2}=\frac{4x}{(x^2+1)^2}$$

Le signe de $f'(x)$ est celui de x d'où le tableau des variations de f: